



UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS
DE GRAN CANARIA

PROYECTO DOCENTE CURSO: 2004/05

15672 - CÁLCULO I

ASIGNATURA: 15672 - CÁLCULO I

CENTRO: Escuela de Ingenierías Industriales y Civiles

TITULACIÓN: Ingeniero Químico

DEPARTAMENTO: MATEMÁTICAS

ÁREA: Matemática Aplicada

PLAN: 10 - Año 200 **ESPECIALIDAD:**

CURSO: Primer curso **IMPARTIDA:** Primer semestre **TIPO:** Troncal

CRÉDITOS: 6 **TEÓRICOS:** 4,5 **PRÁCTICOS:** 1,5

Descriptores B.O.E.

Cálculo diferencial e integral. Campo real y Campo complejo.

Temario

1. NÚMEROS COMPLEJOS Y FUNCIONES HIPERBÓLICAS.

El cuerpo de los números complejos. Representación gráfica en el plano complejo. Formas cartesiana, binómica y trigonométrica. Operaciones fundamentales en forma binómica y trigonométrica. Cálculo gráfico. Fórmula de Euler. Forma exponencial de un número complejo. Propiedades. Potencias de exponente entero. Fórmula de Moivre. Potencias de exponente racional. Raíz n-ésima de un número complejo. Función exponencial de exponente complejo. Logaritmo neperiano de números complejos. Potencia de base y exponente complejo. Definición de las funciones hiperbólicas. Representación gráfica. Fórmulas fundamentales. Funciones hiperbólicas inversas. Expresiones logarítmicas. (6 horas)

2. ESPACIOS MÉTRICOS Y ESPACIOS VECTORIALES NORMADOS.

Noción de distancia y semidistancia. Definición de espacio métrico. Ejemplos. Espacio métrico producto. Subespacio métrico. Bolas abiertas. Bola cerradas. Esferas. Entornos. Diámetro de un conjunto. Conjunto acotado. Conjuntos abiertos y cerrados. Interior, exterior y frontera. Adherencia y conjunto derivado. Subconjuntos densos. Recubrimiento. Conjuntos compactos. Conjuntos conexos. Topología de \mathbb{R} . Teoremas fundamentales. Norma y seminorma. Concepto de espacio vectorial normado. Topología asociada a la norma. Normas equivalentes. (4 horas)

3. SUCESIONES Y SERIES DE NÚMEROS REALES.

Concepto de sucesión. Subsucesiones. Límite de una sucesión. Sucesión convergente. Puntos de aglomeración. Sucesiones de Cauchy. Propiedades. Espacios métricos completos. Sucesiones de números reales. Sucesiones convergentes, divergentes y oscilantes. Propiedades. Sucesiones acotadas. Sucesiones monótonas. Métodos para el cálculo de límites. Concepto de serie de números reales. Suma de serie. Convergencia. Criterio general de convergencia de Cauchy. Consecuencias. Series de términos positivos. Propiedades. Criterio de comparación de Gauss. Series geométricas. Serie de Riemann o armónica generalizada. Criterio de D'Alambert o del cociente. Criterio de Cauchy o de la raíz. Criterio de Pringsheim. Criterio de Raabe. Series de términos positivos y negativos. Series alternadas. Criterio de Leibnitz. Convergencia absoluta y condicional. Teorema de Riemann. Teorema de Dirichlet. (10 horas)

4. LÍMITES Y CONTINUIDAD DE FUNCIONES REALES.

Concepto de función. Funciones reales. Límite de una función real de variable real. Límites

laterales. Existencia y unicidad. Propiedades. Límite infinito y límite en el infinito. Infinitésimos e infinitos. Límite de una función real de dos variables reales. Límite doble. Límites direccionales. Límites iterados. Generalización a una función real de n variables reales. Noción de continuidad de una función real de variable real. Discontinuidad. Propiedades fundamentales de la continuidad. Continuidad uniforme. Propiedades. Funciones lipschitzianas. Propiedades. Teorema del punto fijo. Continuidad y compacidad. Teorema de Weierstrass. Teorema de Heine. Continuidad y conexión. Continuidad de funciones compuestas. Continuidad local. Tipos de discontinuidades. Teorema de Bolzano. Continuidad de una función real de dos variables reales. Generalización a una función real de n variables reales. (8 horas)

5. DIFERENCIACIÓN DE FUNCIONES REALES.

Diferenciación de una función real de variable real. Definición de la diferencial de una función en un punto. Unicidad. Función diferencial. Condición necesaria para la existencia de la diferencial de una función. Linealidad de la diferencial. Diferencial de la función compuesta. Diferenciación de funciones de una variable: concepto de derivada total en un punto a partir de la definición de diferencial. Derivadas laterales. Función derivada. Propiedades. Interpretación geométrica de la derivada y la diferencial. Cálculo de derivadas elementales. Derivadas y diferenciales sucesivas. Diferenciación de una función real de n variables reales: concepto de derivada parcial en un punto a partir de la definición de diferencial. Derivadas direccionales. Interpretación geométrica de la derivada parcial y la diferencial en \mathbb{R}^2 . Plano tangente a una superficie en un punto. Función derivada parcial. Propiedades. Derivadas y diferenciales sucesivas. Teorema de Schwarz. Cálculo de derivadas y diferenciales de funciones compuestas. Derivadas de funciones implícitas definidas por una ecuación. Cambios de variables. (16 horas)

6. ESTUDIO LOCAL DE FUNCIONES REALES.

Función real de variable real: teoremas del valor medio. Fórmula de Taylor. Términos complementarios de Lagrange y de Cauchy. Fórmula de Mac-Laurin. Crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos absolutos y relativos. Concavidad y convexidad. Punto de inflexión. Condiciones necesarias y suficientes de existencia de extremos y punto de inflexión. Función real de dos variables reales: teorema del valor medio. Fórmula de Taylor. Máximos y mínimo libres. Hessiano. Función real de n variables reales: generalización del teorema del valor medio. Generalización de la fórmula de Taylor. Máximos y mínimos libres. Máximos y mínimos condicionados. Multiplicadores de Lagrange. (10 horas)

7. SUCESIONES Y SERIES FUNCIONALES.

Sucesiones funcionales. Condición de Cauchy para la convergencia uniforme. Convergencia uniforme y continuidad. Teorema de Dini. Convergencia uniforme e integrabilidad. Convergencia uniforme y derivabilidad. Series funcionales. Criterios para la convergencia uniforme. Criterio de Cauchy. Criterio de Weierstrass. Criterio de Dirichlet. Criterio de Abel. Series funcionales y continuidad. Series funcionales e integración. Series funcionales y derivación. Series de potencias. Teorema de Abel. Radio de convergencia. Convergencia uniforme y absoluta. Teoremas de integración y derivación. Cálculo del radio de convergencia. Desarrollo de una función en serie de potencias. (4 horas)

8. INTRODUCCIÓN A LA INTEGRACIÓN SIMPLE.

Concepto de integral definida. Condición de integrabilidad. Consecuencias. Propiedades de la integral definida. Interpretación geométrica de la integral definida. (2 horas)

Conocimientos Previos a Valorar

Álgebra de números racionales e irracionales.
Números combinatorios.
Binomio de Newton.
Álgebra de polinomios.
Cálculo de límites básicos de sucesiones y de funciones.
Teoremas del valor medio.
Cálculo de derivadas de funciones elementales.

Objetivos

- Conocer y aplicar el álgebra elemental de los números complejos. Introducir las funciones hiperbólicas.
- Conocer los fundamentos básicos de la topología métrica y las estructuras de espacios vectoriales normados.
- Conocer y aplicar los conceptos de límites de sucesiones, convergencia y completitud en espacios métricos, y el estudio de convergencia de las series numéricas.
- Conocer y aplicar el concepto de límite de una función, así como continuidad simple y uniforme de funciones definidas entre espacios métricos.
- Conocer y aplicar los conceptos de diferenciabilidad y derivabilidad.
- Conocer y aplicar el estudio local de funciones definidas entre espacios euclídeos.
- Conocer y aplicar el estudio de convergencia de las series funcionales.
- Conocer y aplicar el concepto de integral simple.

Metodología de la Asignatura

Se debe resaltar el hecho de que el alumno ha sido educado en las primeras etapas de su vida docente para ser enseñado, significando con esto el sentirse a recibir unos ciertos conocimientos expuestos con claridad unas veces, con menos otras; y en general, no ha sido instruido en la necesidad de ir formándose con la ayuda de las personas más idóneas para ello, que lo estimulen, le orienten y aconsejen en todo lo que necesite. Con esta mentalidad se llega a la Universidad y desgraciadamente en la mayor parte de los casos se sigue con ella.

Por otra parte, hay falta de espíritu crítico en el alumnado, pues de todos es sabido que en general la crítica constructiva, poniendo todo el énfasis en esta última palabra, es casi inexistente.

Por extraño que parezca, el alumno actual, a pesar de reconocer que puede mejorar, se niega a colaborar en el empeño, y no sabemos si será debido a una mala formación adquirida en los niveles inferiores, pero el alumno medio piensa que cuanto mayor sea la participación en clase, el profesor considerará que el nivel de preparación es más elevado y, en consecuencia, será más exigente a la hora de calificar. Por esta razón, los pocos alumnos verdaderamente activos que surgen en algunas promociones son considerados ``perjudiciales`` por sus propios compañeros. Generalmente, son marginados del grupo y su actitud participativa suele decaer.

Creemos que para una enseñanza sea realmente científica, el alumno debe tomar, en la mayor medida posible, parte activa en su propio aprendizaje, acudiendo al profesor en el momento que las dudas planteadas sobrepasan su capacidad. Es lógico pensar que a través de estas consultas el profesor puede ir conociendo poco a poco el nivel del alumno y su profundización en la asignatura. Esto es siempre útil para cualquier reestructuración de la estrategia a seguir por el profesor.

Un aspecto a tener en cuenta es el hecho de que generalmente desde el primer día de clase se parte de un nivel establecido por el profesor, sin intentar llegar a ese nivel mediante un examen o prueba que pueda darlo. La realidad es que el nivel entre los alumnos es muy distinto, incluso se llega a la Universidad sin haber estudiado en el curso anterior las asignaturas que corresponden a los estudios elegidos. Debido a ello, el primer día de clase debería evaluarse, mediante un cuestionario, los conocimientos previos que poseen los alumnos.

En cuanto a las relaciones profesor-alumno en el desarrollo de la clase, es evidente que la separación física que entraña la clase tradicional trae como consecuencia un alejamiento de la relación personal. Los alumnos, al ver al profesor apartado, cuando no elevado sobre ellos, sienten una inferioridad que se manifiesta en la ausencia de participación.

La consecuencia práctica es que el docente se encuentra en un lugar superior, en el que teniendo unos conocimientos los transmite a otras personas que los ignoran: ``alguien que sabe explica al que no sabe``, ésta es la idea básica de la clase convencional, y no se tiene en cuenta la posibilidad

de variación del sistema pedagógico.

En cuanto a los dos tipos de clase de Matemáticas que se dan actualmente, la de teoría y la de problemas, creemos que no se debería dar esta separación tan drástica entre teoría y práctica, pues de todos es sabido lo estrechamente complementarios que son entre sí, y por tanto la separación hecha hasta ahora tiene muchos inconvenientes, acentuados sin duda por la circunstancia de que la persona que imparta teoría y problemas no sea la misma; incluso en ocasiones la coordinación entre ambos no es la adecuada, siendo un factor que influye negativamente en el alumnado. Esta afirmación es consecuencia de las encuestas realizadas a los alumnos sobre profesores, en las que se muestra muy claramente su deseo que en caso de no poder ser el mismo profesor, éstos actúen con igual criterio.

En general, la enseñanza se inspirará en la aplicación de las siguientes técnicas pedagógicas:

a. Lección Magistral

Dentro de cada asignatura, el profesor debería procurar que exista la adecuada coordinación entre distintos aspectos del trabajo de sus alumnos, tales como conexión de las clases teóricas con las prácticas, con los seminarios y grupos de estudio; conexión con el trabajo individual del alumno en la biblioteca, en el laboratorio, etc. La actividad del alumno no se agota en la toma de apuntes, sino que también estudia, consulta, discute, hace prácticas e intenta resolver problemas, se autoevalúa de algún modo, prepara exámenes, etc.

En lo que toca a su dimensión científica, la lección magistral debería satisfacer, al menos, las siguientes necesidades: riqueza de contenido, buena estructura y objetividad en la exposición, lenguaje técnico y común, y correcta utilización de los distintos medios didácticos auxiliares como pizarra, transparencias, diapositivas, etc. La dimensión expresiva de la clase exige capacidad para motivar, amenidad, claridad, accesibilidad, apertura, flexibilidad y sentido del humor. Por otra parte, la capacidad para motivar se apoya, no sólo en características personales, sino que también puede beneficiarse de ciertos recursos didácticos: cuidar bien el principio de la clase, utilizar el planteamiento de problemas, etc.

Finalmente, la promoción del trabajo del alumno requiere atender a su participación activa en la clase, por medio de preguntas del profesor al alumno o viceversa, resolución de problemas, realización de trabajos de toda índole dentro y fuera de clase.

Las clases deberían producir un incremento en el aprendizaje de contenidos por parte de los alumnos, en su capacidad para seguir profundizando por sí mismo en la materia y en su interés para hacer tal cosa.

En síntesis, entendemos la lección magistral con un carácter informal, es decir, situada en un punto intermedio entre la lección formal y la técnica de la discusión.

b. El método de los trabajos dirigidos

La realización del ejercicio se dividirá en dos períodos. El profesor llevará a cabo la explicación del tema en el primer período, es decir, dictará los problemas y definirá los pasos fundamentales. A continuación los alumnos realizarán en clase la resolución individual del problema para finalmente poner en común los resultados individuales y resolver definitivamente el problema propuesto.

La práctica de este trabajo dirigido se puede complementar con la resolución de problemas y ejercicios, que se realizarán en la biblioteca especializada y en el laboratorio, y permitirá estimular el esfuerzo de los alumnos y proponer nuevas alternativas en la realización de trabajos. En relación al método utilizado, en principio la labor del profesor se debería limitar, durante el desarrollo de la actividad por parte del alumno, a la corrección de errores que han conducido a situaciones de estancamiento. También puede orientar al alumno en bibliografía o en descartar, a través de la discusión con el alumno, soluciones manifiestamente incorrectas.

Este tipo de trabajos fomenta la creatividad del alumno, pues normalmente los problemas planteados no serán de solución única y deja la libertad suficiente para escoger lo que le parezca más conveniente. El trabajo es fundamentalmente práctico y requiere enlazar los conocimientos adquiridos en distintas actividades y correspondientes a diferentes partes de una asignatura. Particular importancia en el desarrollo del trabajo tiene la utilización de la biblioteca y del laboratorio de informática.

La importancia de las otras asignaturas aquí es evidente ya que sirven como fuente de motivación al poner de manifiesto las necesidades del alumno.

Evaluación

Durante el cuatrimestre se realizarán controles mensuales, para ir comprobando el nivel de los conocimientos adquiridos por los alumnos. Al finalizar el mismo se realizará una prueba global evaluatoria, que constará de cuestiones teóricas y prácticas, en las que se valorarán los conocimientos del alumno sobre el programa adjunto. Se calificará de 0 a 10 puntos, y se considerarán aprobados aquellos alumnos cuya calificación sea igual o superior a 5.

Los alumnos que no hayan superado dicho examen, deberán presentarse a la prueba global de Septiembre. Según la normativa actual, los alumnos pueden solicitar que se les adelante dicha prueba a Junio.

A la convocatoria especial de Diciembre se podrán presentar aquellos alumnos que hayan sido aceptados por la Secretaría de la Escuela, evaluándose en esta prueba el contenido global de la asignatura, de forma similar a la de febrero.

Descripción de las Prácticas

Realización de prácticas con ordenador en el centro de cálculo del Departamento de Matemáticas. En concreto, resolución mediante el paquete informático Mathematica de diferentes problemas propuestos por el profesor sobre los siguientes temas de la asignatura:

1. Álgebra de complejos.
2. Cálculo de límites.
3. Cálculo de derivadas.
4. Desarrollo de Taylor de una función.
5. Representación de curvas planas.
6. Representación de Superficies.

Las prácticas se llevarán a cabo en grupos reducidos según la disponibilidad de puestos de trabajos del centro de cálculo. En total se desarrollarán dos horas semanales de prácticas durante 15 semanas en horario fuera de oficial destinado a teoría y problemas, y tendrán un carácter obligatorio.

La realización de las prácticas, que en cualquier caso son optativas, está condicionada con las posibilidades materiales que el Laboratorio de Prácticas del Departamento de Matemáticas ofrezca, teniendo en cuenta que allí se imparten prácticas de otras asignaturas que sí tienen carácter obligatorio.

Bibliografía

[1] **Calculo II: Teoría y problemas de funciones de varias variables**

Alfonsa García y otros

CLAGSA, madrid (1994) - (2ª)

84 921 8470 1

[2] **Cálculo I: Teoría y problemas de análisis matemático en una variable**

Alfonsa García y otros

CLAGSA, madrid (1994) - (2ª)

84 605 0944 3

[3] Cálculo infinitesimal de una variable

Burgos Román, Juan de
: McGraw-Hill (1998)
8448118995

[4] Problemas de cálculo infinitesimal /

E. Tebar Flores.
Tebar Flores,, Madrid : (1978) - (5a ed.)
8473600002

[5] Cálculo /

Francisco Granero.
, McGraw-Hill, Madrid, (1990)
8476155182

[6] Ejercicios y problemas de cálculo. /

Francisco Granero.
Tébar Flores,, Madrid : (1991)
8473601084 t. 1 -- 8473601106 t. 2

[7] Problemas de complementos de cálculo algebraico y de cálculo diferencial: resueltos y explicados /

José Luis Mataix Plana.
Dossat,, Madrid : (1976) - (7ª ed.)
8423703207 V1

[8] Elementos de matemáticas /

José Martínez Salas.
Lex Nova,, Valladolid : (1992) - (10ª ed., 11ª ed.)
8475575234

[9] Cálculo infinitesimal de varias variables /

Juan de Burgos Román.
McGraw-Hill,, Madrid : (1995)
8448116216

[10] Cálculo infinitesimal I.

Montero García, Gustavo
Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales,, Las Palmas de Gran Canaria : (1989)
8460072460

[11] Cálculo diferencial e integral

Nicolai Piskunov (Traducción: Carlos Vázquez)
Montaner y Simon, Barcelona - (1978)
84 274 0296 1

[12] Elementos de matemáticas.

Rey Pastor, Julio (
Saeta,, Madrid : (1981) - (9ª ed., corr.)
8471350254

[13] Cálculo y geometría analítica /

Roland E. Larson, Robert P. Hostetler, Bruce H. Edwards ; con la colaboración de David E. Heyd.
McGraw Hill,, Madrid : (1999) - (6ª ed.)
8448122291 t. 1. -- 8448123530 t. 2

[14] Problemas de cálculo infinitesimal e integral /

Rosendo Bronte Abaurrea.

Autor-Editor,, Madrid : (1977) - (5ª ed. corr. y aum.)

8440010532

[15] Problemas de cálculo infinitesimal para ingenieros.

Sarmiento Almeida, Héctor

Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales,, Las Palmas de Gran Canaria : (1995) - (2ª ed.)

8489528659

[16] Problemas de cálculo infinitesimal : primer curso de escuelas técnicas superiores.

R.A.E.C., Madrid : (1968) - ([6a ed., totalmente trasformada, amp. y adapt. al programa oficial].)

Equipo Docente

HÉCTOR SARMIENTO ALMEIDA

(COORDINADOR)

Categoría: TITULAR DE ESCUELA UNIVERSITARIA

Departamento: MATEMÁTICAS

Teléfono: 928458829 **Correo Electrónico:** hsarmiento@dma.ulpgc.es