

**CENTRO:** 105 - Escuela de Ingenierías Industriales y Civiles

**TITULACIÓN:** 4041 - Grado en Ingeniería Electrónica Indus. y Automática

**ASIGNATURA:** 44301 - ÁLGEBRA

**CÓDIGO UNESCO:** 1201.10    **TIPO:** Básica de Rama    **CURSO:** 1    **SEMESTRE:** 1º semestre

**CRÉDITOS ECTS:** 6    **Especificar créditos de cada lengua:**    **ESPAÑOL:** 6    **INGLÉS:**

## SUMMARY

This course presents a modern treatment of linear algebra with a special emphasis on engineering applications. It covers the traditional topics like matrices and linear equations, vector spaces, diagonalizability, inner-product spaces, orthogonality, quadratic forms and an introduction to conics and quadrics. Combining rigor and formalism we expose the linear algebra in order to the student can appreciate the utility and beauty of the subject.

## REQUISITOS PREVIOS

Se recomienda un dominio operativo de Matemáticas II de 2º de Bachillerato LOGSE.

A los alumnos que no dominen el temario de la asignatura arriba mencionada se les recomienda encarecidamente que cursen alguno de los cursos de armonización de Matemáticas que oferta la ULPGC.

## Plan de Enseñanza (Plan de trabajo del profesorado)

### Contribución de la asignatura al perfil profesional:

La formación algebraica del ingeniero contribuye fundamentalmente a:

1. La adquisición de un hábito riguroso de pensamiento, en concordancia con el razonamiento lógico-formal y el rigor inherente a las distintas disciplinas de la Matemática.
2. La resolución de problemas prácticos de la Ingeniería que se modelizan mediante métodos y técnicas algebraicas (y en particular mediante los procedimientos del Álgebra Lineal).

### Competencias que tiene asignadas:

#### - COMPETENCIAS ESPECÍFICAS:

MB1: Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

#### - COMPETENCIAS GENERALES:

G3: COMUNICACIÓN EFICAZ ORAL Y ESCRITA. Comunicarse de forma oral y escrita con otras personas sobre los resultados del aprendizaje, de la elaboración del pensamiento y de la toma

de decisiones; participar en debates sobre temas de la propia especialidad.

T4: Capacidad de resolver problemas con iniciativa, toma de decisiones, creatividad, razonamiento crítico y de comunicar y transmitir conocimientos, habilidades y destrezas.

## Objetivos:

Los objetivos de la asignatura son los siguientes:

Tema 1: Matrices, sistemas de ecuaciones lineales y determinantes.

El alumno será capaz de

- Describir el conjunto solución de un sistema lineal
- Discutir las soluciones de un sistema lineal según los valores de los parámetros reales que en ellos aparezcan
- Conocer los tipos especiales de matrices y sus propiedades
- Calcular la inversa de una matriz regular
- Calcular determinantes usando sus propiedades

Tema 2: Espacios vectoriales

El alumno será capaz de

- Encontrar una base de un subespacio vectorial
- Determinar la dependencia lineal de vectores
- Hallar el rango de una matriz, la dimensión y una base de los cuatro subespacios fundamentales asociados a una matriz.
- Relacionar los conceptos de sistema generador y dependencia de los vectores fila y/o columna de una matriz de coeficientes de un sistema lineal con el conjunto solución del mismo
- Encontrar ecuaciones paramétricas y cartesianas o implícitas de una subvariedad afín

Tema 3: Aplicaciones lineales

El alumno será capaz de

- Obtener la matriz asociada a una aplicación lineal respecto de una pareja de bases
- Encontrar una base del Núcleo y de la Imagen de una aplicación lineal
- Encontrar las coordenadas de un vector respecto a bases diferentes vía la matriz del cambio de base
- Encontrar las matrices asociadas a una misma aplicación lineal respecto a una pareja de bases diferentes vía la matriz del cambio de base.

Tema 4: Diagonalización de endomorfismos y matrices

El alumno será capaz de

- Decidir si una matriz (o un endomorfismo) es diagonalizable por semejanza y , en caso afirmativo, diagonalizarla.

Tema 5: Espacios vectoriales euclídeos

El alumno será capaz de

- Hallar la matriz de una aplicación bilineal respecto de una base
- Hallar la matriz de Gram de un producto escalar euclídeo respecto de una base y hallar ángulos

entre vectores

- Hallar una base ortonormal de un subespacio vectorial
- Hallar la proyección ortogonal de un vector sobre un subespacio vectorial
- Clasificar transformaciones ortogonales en dimensión 2 y 3
- Obtener la solución mínimos cuadrados de norma mínima de un sistema lineal

Tema 6: Formas cuadráticas reales

El alumno será capaz de

- Clasificar formas cuadráticas reales y obtener su expresión reducida.
- Conocer las ecuaciones reducidas de cónicas y cuádricas y clasificarlas.

## Contenidos:

### ÁLGEBRA

Los contenidos de esta materia son los siguientes: Álgebra y cálculo matricial, sistemas de ecuaciones lineales, espacios vectoriales, diagonalización, espacio vectorial euclídeo, formas cuadráticas, introducción a las cónicas y cuádricas.

### TEMARIO

#### TEMA 1: MATRICES, SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES Y DETERMINANTES

- 1.1. Álgebra de matrices: operaciones con matrices, traspuesta de una matriz, tipos especiales de matrices, matrices invertibles, traza de una matriz cuadrada y sus propiedades.
- 1.2. Sistemas de ecuaciones lineales: definiciones básicas y solución por el método de Gauss (y Gauss-Jordan).
- 1.3. Matrices elementales. Rango de una matriz. Cálculo de la matriz inversa.
- 1.4. Determinante de una matriz cuadrada: definición, propiedades y evaluación.

#### TEMA 2: ESPACIOS VECTORIALES

- 2.1. Definición y ejemplos.
- 2.2. Subespacios vectoriales y subespacio engendrado.
- 2.3. Independencia lineal.
- 2.4. Bases y dimensión.
- 2.5. Combinación de Subespacios.
- 2.6. Subvariedades afines de un espacio vectorial y sus ecuaciones.
- 2.7. Los cuatro subespacios fundamentales de una matriz

#### TEMA 3: APLICACIONES LINEALES

- 3.1. Aplicaciones lineales entre espacios vectoriales. Núcleo e imagen.
- 3.2. Matriz asociada a una aplicación lineal respecto de una pareja de bases.
- 3.3. Cambio de base. Matrices equivalentes y semejantes.

#### TEMA 4: DIAGONALIZACIÓN DE ENDOMORFISMOS Y MATRICES

- 5.1. Planteamiento del problema. Valores propios y vectores propios.
- 5.2. Polinomio característico. Multiplicidad algebraica y geométrica de un valor propio.
- 5.3. Caracterización de los endomorfismos y matrices diagonalizables.

## TEMA 5: ESPACIOS VECTORIALES EUCLÍDEOS

- 6.1. Formas bilineales: conceptos básicos, expresión matricial, cambio de base, ortogonalidad
- 6.2 Producto escalar euclídeo. Normas y ángulos.
- 6.3. Ortogonalidad. Bases ortonormales.
- 6.4. El proceso de ortogonalización de Gram-Schmidt.
- 6.5. Complemento ortogonal. Descomposición ortogonal y proyección ortogonal de un vector sobre un subespacio vectorial.
- 6.6. Diagonalización por semejanza ortogonal de matrices simétricas reales.
- 6.7. El teorema de descomposición ortogonal para los cuatro subespacios fundamentales de una matriz.
- 6.8. Transformaciones ortogonales y matrices ortogonales.
- 6.9. Solución de mínimos cuadrados de un sistema lineal. Matriz de proyección ortogonal. Aplicaciones.

## TEMA 6: FORMAS CUADRÁTICAS REALES

- 7.1. Definición. Matriz asociada a una forma cuadrática respecto de una base.
- 7.2. Clasificación de formas cuadráticas reales. Reducción de formas cuadráticas. Bases ortogonales. Diagonalización efectiva por congruencia. Ley de inercia de Sylvester. Expresión canónica de una forma cuadrática. Formas cuadráticas equivalentes.
- 7.3. Cálculo efectivo de invariantes.
- 7.4. Introducción a la clasificación afín de cónicas y cuádricas.

### Metodología:

La metodología usada en esta asignatura con el fin de lograr el aprendizaje y la adquisición de competencias por parte del alumno, consta de las siguientes actividades formativas:

AF1. Sesiones presenciales de exposición de los contenidos o clases magistrales. En ellas el Profesor expondrá de forma clara, elegante y accesible los contenidos teóricos de los diversos temas mostrando su necesidad y relación entre ellos. Para ello, no se comenzará directamente con definiciones de conceptos matemáticos, sino que éstos serán introducidos como consecuencia de observaciones y necesidades lógicas. Además, se intentará estimular la participación del alumno preguntando varias cuestiones durante la exposición teórica. La temporización es aproximada y flexible a fin de adaptarse a las necesidades docentes de cada grupo ( explicación detallada, mayor número de ejemplos, ejercicios, etc.) en beneficio de la calidad docente. La profundidad y extensión con que se impartan los distintos puntos del programa se establece asimismo con la finalidad esencial de la calidad docente. Se primará la calidad de la formación frente a la cantidad de información.

AF11. Actividad no presencial: Trabajo autónomo del alumno

El trabajo autónomo, ya sea individual o en grupo, es de la máxima importancia para la adquisición de las competencias de las materias. Se promoverá, además del estudio, la resolución de problemas por parte de los estudiantes.

AF2. Sesiones presenciales de trabajo práctico en el aula o clases de problemas.

El profesor guiará a los estudiantes en la aplicación de conceptos y procedimientos para la modelización y resolución de problemas en el Álgebra Lineal, fomentando en todo momento el razonamiento crítico.

AF4. Actividad presencial: Tutoría .

Se recomienda que los alumnos utilicen las tutorías para resolver dudas puntuales y concretas que surjan tras el trabajo personal del alumno y para que el Profesor compruebe cómo asimilan los alumnos los conceptos.

AF7. Actividad presencial: Pruebas de evaluación.

Las actividades de evaluación se llevarán a término para valorar el grado de consecución de los objetivos y las competencias por parte del estudiante.

## Evaluación:

### Criterios de evaluación

Se podrá evaluar al alumno en la adquisición tanto de los conceptos teóricos (definiciones, propiedades, proposiciones y demostraciones), como de los métodos y técnicas de resolución de problemas del Álgebra Lineal. Asimismo, la adecuada asimilación de los conceptos teóricos se podrá también evaluar mediante la formulación de cuestiones teórico-prácticas.

### Sistemas de evaluación

En la convocatoria ordinaria la calificación final se obtendrá como la suma  $A+B$  de las dos siguientes puntuaciones:

A. Puntuación obtenida en una única prueba escrita, oficialmente convocada y con fecha fijada por la Dirección del Centro para cada una de las convocatorias ordinaria y extraordinaria. Dicha prueba escrita constará de preguntas o ejercicios o problemas que podrán ser de carácter teórico, práctico o teórico-práctico. Esta prueba tendrá un valor comprendido entre un mínimo de 0 puntos y un máximo de 8 puntos, es decir:  $0 \leq A \leq 8$

B. Puntuación obtenida a partir de la resolución individual de problemas propuestos en varias tareas que se realizarán en la plataforma Moodle. Esta puntuación tendrá un valor comprendido entre un mínimo de 0 puntos y un máximo de 2 puntos, es decir:  $0 \leq B \leq 2$

En las convocatorias extraordinaria y especial, la calificación final será la puntuación  $C$  obtenida en una única prueba escrita, oficialmente convocada y con fecha fijada por la Dirección del Centro para dicha convocatoria especial. Dicha prueba escrita constará de preguntas o ejercicios o problemas que podrán ser de carácter teórico, práctico o teórico-práctico. Esta prueba tendrá un valor comprendido entre un mínimo de 0 puntos y un máximo de 10 puntos, es decir:  $0 \leq C \leq 10$

### Criterios de calificación

En la convocatoria ordinaria, el examen o prueba escrita fijada por la Dirección del Centro, tendrá un valor mínimo de 0 puntos y máximo de 8 puntos ( $0 \leq A \leq 8$ ), por lo que supondrá el 80% de la nota final del alumno. La resolución individual de problemas propuestos en las tareas tendrá un valor mínimo de 0 puntos y máximo de 2 punto ( $0 \leq B \leq 2$ ), por lo que supondrá el 20% de la nota final del alumno. La calificación final de la asignatura será igual a la suma  $A+B$  de ambas puntuaciones. Será necesario obtener una calificación mayor o igual que 5 puntos en la suma  $A+B$ , para superar la asignatura.

En las convocatorias extraordinaria y especial, la calificación final será la puntuación  $C$  obtenida en una única prueba escrita, oficialmente convocada y con fecha fijada por la Dirección del Centro para dicha convocatoria especial, con lo que la puntuación obtenida en dicho examen supondrá el

100% de la nota final del alumno. Será necesario obtener una calificación mayor o igual que 5 puntos en la puntuación C para superar la asignatura.

### **Plan de Aprendizaje (Plan de trabajo de cada estudiante)**

#### **Tareas y actividades que realizará según distintos contextos profesionales (científico, profesional, institucional, social)**

En el contexto científico, el estudiante realizará las actividades presenciales formativas que consistirán en clases de teoría y prácticas de aula. Por otro lado, las actividades no presenciales consistirán en el estudio personal y la resolución de problemas relacionados con los contenidos de la asignatura. Conviene precisar que el estudio personal es una actividad fundamental para el aprendizaje del alumno que éste debe desarrollar de forma autónoma para asimilar los conceptos teóricos, resolver problemas, responder cuestiones prácticas y superar las pruebas de evaluación.

En el contexto profesional, el alumno aplicará los conceptos de álgebra lineal a resolver problemas que le surjan en el desarrollo de su profesión.

#### **Temporalización semanal de tareas y actividades (distribución de tiempos en distintas actividades y en presencialidad - no presencialidad)**

Tema 1:

Actividad presencial: 10 hs.

Actividad no presencial: 16 hs.

Tema 2:

Actividad presencial: 12 hs.

Actividad no presencial: 14 hs.

Tema 3:

Actividad presencial: 8 hs.

Actividad no presencial: 12 hs.

Tema 4:

Actividad presencial: 12 hs.

Actividad no presencial: 20 hs.

Tema 5:

Actividad presencial: 8 hs.

Actividad no presencial: 12 hs.

Tema 6:

Actividad presencial: 10 hs.

Actividad no presencial: 16 hs.

#### **TEMPORALIZACIÓN SEMANAL DE TAREAS Y ACTIVIDADES**

Semana 1: Tema 1

- Sesiones Presenciales de Teoría: 2 hs.
- Sesiones Presenciales de Práctica: 2 hs.
- Trabajo de estudio no presencial: 5 hs.

Semana 2: Tema 1

- Sesiones Presenciales de Teoría: 2 hs.
- Sesiones Presenciales de Práctica: 2 hs.
- Trabajo de estudio no presencial: 8 hs.

Semana 3: Tema 1 y Tema 2

- Sesiones Presenciales de Teoría: 2 hs.
- Sesiones Presenciales de Práctica: 2 hs.

- Trabajo de estudio no presencial: 5 hs.

Semana 4: Tema 2

- Sesiones Presenciales de Teoría: 2 hs.

- Sesiones Presenciales de Práctica: 2 hs.

- Trabajo de estudio no presencial: 6 hs.

Semana 5: Tema 2

- Sesiones Presenciales de Teoría: 2 hs.

- Sesiones Presenciales de Práctica: 2 hs.

- Trabajo de estudio no presencial: 6 hs.

Semana 6: Tema 3

- Sesiones Presenciales de Teoría: 2 hs.

- Sesiones Presenciales de Práctica: 2 hs.

- Trabajo de estudio no presencial: 6 hs.

Semana 7: Tema 3

- Sesiones Presenciales de Práctica: 2 hs.

- Trabajo de estudio no presencial: 6 hs.

- Prueba presencial de evaluación: 2 hs.

Semana 8: Tema 3 y Tema 4

- Sesiones Presenciales de Teoría: 2 hs.

- Sesiones Presenciales de Práctica: 2 hs.

- Trabajo de estudio no presencial: 6 hs.

Semana 9: Tema 4

- Sesiones Presenciales de Teoría: 2 hs.

- Sesiones Presenciales de Práctica: 2 hs.

- Trabajo de estudio no presencial: 8 hs.

Semana 10: Tema 4

- Sesiones Presenciales de Teoría: 2 hs.

- Sesiones Presenciales de Práctica: 2 hs.

- Trabajo de estudio no presencial: 6 hs.

Semana 11: Tema 4 y Tema 5

- Sesiones Presenciales de Teoría: 2 hs.

- Sesiones Presenciales de Práctica: 2 hs.

- Trabajo de estudio no presencial: 6 hs.

Semana 12: Tema 5

- Sesiones Presenciales de Teoría: 2 hs.

- Sesiones Presenciales de Práctica: 2 hs.

- Trabajo de estudio no presencial: 6 hs.

Semana 13: Tema 5 y Tema 6

- Sesiones Presenciales de Teoría: 2 hs.

- Sesiones Presenciales de Práctica: 2 hs.

- Trabajo de estudio no presencial: 6 hs.

Semana 14: Tema 6

- Sesiones Presenciales de Teoría: 2 hs.

- Sesiones Presenciales de Práctica: 2 hs.

- Trabajo de estudio no presencial: 5 hs.

- Tutoría virtual: 1 hs.

Semana 15: Tema 6

- Sesiones Presenciales de Práctica: 2 hs.

- Prueba presencial de evaluación: 2 hs.

- Trabajo de estudio no presencial: 4 hs.

## **Recursos que tendrá que utilizar adecuadamente en cada uno de los contextos profesionales.**

Deberá utilizar adecuadamente las fuentes bibliográficas y la búsqueda de información y otros recursos de Internet relacionados con los contenidos de la materia.

## **Resultados de aprendizaje que tendrá que alcanzar al finalizar las distintas tareas.**

El estudiante debe ser capaz de

- Conocer los conceptos de álgebra lineal, geometría vectorial y programación lineal. El contenido sobre programación lineal se imparte en la asignatura de Métodos estadísticos en ingeniería.
- Aplicar los conceptos básicos de álgebra lineal, resolución de sistemas de ecuaciones y valores propios a problemas típicos de ingeniería.
- Aplicar los conceptos de geometría vectorial y programación lineal a cuestiones de ingeniería.
- Resolver problemas de sistemas de ecuaciones, autovectores y autovalores y programación lineal.

### **Plan Tutorial**

## **Atención presencial individualizada (incluir las acciones dirigidas a estudiantes en 5ª, 6ª y 7ª convocatoria)**

En el horario de tutorías de cada profesor de la asignatura, se resolverán las dudas puntuales de problemas o conceptos concretos, previamente trabajados por el alumno.

Horario de Tutorías de César Rodríguez Mielgo:  
Despacho D - 25, Edificio de Informática y Matemáticas  
Lunes: 9-10  
Martes: 9-12  
Miércoles: 9-10  
Jueves: 9-10

Horario de Tutorías de Ignacio Cabrera:  
Despacho en el Edificio de Informática y Matemáticas  
El Profesor comunicará a los alumnos su horario de tutorías, en clase y durante los primeros días del curso.

A los estudiantes en 5ª, 6ª y 7ª convocatoria se les recomienda acudir a tutorías en las que se les aclararán dudas puntuales de problemas o conceptos previamente trabajados por el alumno y se les ofrece un seguimiento continuado de su evolución.

## **Atención presencial a grupos de trabajo**

Se llevará a cabo también en el horario de tutorías tradicionales

## Atención telefónica

Profesor: Dr César Rodríguez Mielgo:  
Tfno: 928458819  
e-mail: cesar.rodriguez@ulpgc.es

Profesor: Dr Ignacio Cabrera

La atención será presencial para una mayor calidad de dicha atención al alumnado, recomendándose a tal efecto solicitar tutorías a través del correo:

e-mail: ignaciojose.cabrera@ulpgc.es

## Atención virtual (on-line)

Se podrá utilizar fundamentalmente el correo electrónico y la plataforma Moodle para resolver todo tipo de consultas.

### Datos identificativos del profesorado que la imparte.

### Datos identificativos del profesorado que la imparte

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Dr./Dra. César Rodríguez Mielgo</b> (COORDINADOR)<br><b>Departamento:</b> 275 - MATEMÁTICAS<br><b>Ámbito:</b> 595 - Matemática Aplicada<br><b>Área:</b> 595 - Matemática Aplicada<br><b>Despacho:</b> MATEMÁTICAS<br><b>Teléfono:</b> 928458819 <b>Correo Electrónico:</b> cesar.rodriguez@ulpgc.es |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Dr./Dra. Ignacio José Cabrera Ortega</b><br><b>Departamento:</b> 275 - MATEMÁTICAS<br><b>Ámbito:</b> 595 - Matemática Aplicada<br><b>Área:</b> 595 - Matemática Aplicada<br><b>Despacho:</b> MATEMÁTICAS<br><b>Teléfono:</b> 928458810 <b>Correo Electrónico:</b> ignaciojose.cabrera@ulpgc.es |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Dr./Dra. María Belén López Brito</b><br><b>Departamento:</b> 275 - MATEMÁTICAS<br><b>Ámbito:</b> 595 - Matemática Aplicada<br><b>Área:</b> 595 - Matemática Aplicada<br><b>Despacho:</b> MATEMÁTICAS<br><b>Teléfono:</b> 928458821 <b>Correo Electrónico:</b> belen.lopez@ulpgc.es |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## Bibliografía

### [1 Básico] Álgebra lineal y sus aplicaciones I

David C. Lay ; traducción Hugo A. Rincón Mejía.  
Prentice Hall,, México : (1999) - (2ª ed.)  
968-444-313-7

---

**[2 Básico] Álgebra lineal /**

*Ferran Puerta Sales.*

(2011) - (1ª reimpresión.

..T260:)

978-84-8301-803-3

---

**[3 Básico] Álgebra lineal /**

*Juan de Burgos Román.*

, McGraw-Hill, Madrid, (1993)

978-84-481-0134-3

---

**[4 Recomendado] Problemas de álgebra /**

*Agustín de la Villa.*

Clagsa,, Madrid : (2010) - (4ª ed.)

9788492184712

---

**[5 Recomendado] Problemas de álgebra lineal /**

*Braulio de Diego Martín, Elías Gordillo Florencio, Gerardo Valeiras Reina.*

Deimos,, Madrid : (1995) - (4ª ed.)

8486379008

---

**[6 Recomendado] Matrix analysis and applied linear algebra /**

*Carl Meyer.*

Society for Industrial and Applied Mathematics,, Philadelphia : (2000)

9780898714548

---

**[7 Recomendado] Álgebra lineal y geometría /**

*Eugenio Hernández Rodríguez, María Jesús Vázquez Gallo, María Ángeles Zurro Moro.*

Pearson,, Madrid : (2012) - (3ª ed.)

9788478291298

---

**[8 Recomendado] A modern introduction to linear algebra /**

*Henry Ricardo.*

Chapman & Hall/CRC,, Boca Raton : (2010)

9781439800409

---

**[9 Recomendado] Problemas resueltos de álgebra lineal /**

*Jorge Arvesú Carballo, Francisco Marcellán Español, Jorge Sánchez Ruiz.*

Thomson,, Australia, España : (2005)

8497322843

---

**[10 Recomendado] Algebra lineal /**

*Rafael Bru...[et al.].*

Universidad Politécnica de Valencia,, Valencia : (1998)

9788477216308

---