



UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS  
DE GRAN CANARIA

GUÍA DOCENTE

CURSO: 2009/10

15672 - CÁLCULO I

**ASIGNATURA:** 15672 - CÁLCULO I

**CENTRO:** Escuela de Ingenierías Industriales y Civiles

**TITULACIÓN:** Ingeniero Químico

**DEPARTAMENTO:** MATEMÁTICAS

**ÁREA:** Matemática Aplicada

**PLAN:** 10 - Año 200 **ESPECIALIDAD:**

**CURSO:** Primer curso **IMPARTIDA:** Primer semestre **TIPO:** Troncal

**CRÉDITOS:** 6 **TEÓRICOS:** 4,5 **PRÁCTICOS:** 1,5

## Información ECTS

Créditos ECTS: 4.5

Horas de trabajo del alumno: 135

Horas presenciales: 55

- Horas teóricas (HT): 43

- Horas prácticas (HP): 8

- Horas de clases tutorizadas (HCT): 0

- Horas de evaluación: 4

- otras:

Horas no presenciales: 80

- trabajos tutorizados (HTT): 8

- actividad independiente (HAI): 72

Idioma en que se imparte: español

## Descriptores B.O.E.

Cálculo diferencial e integral. Campo Real y Complejo.

## Temario

### 1. NÚMEROS COMPLEJOS Y FUNCIONES HIPERBÓLICAS.

El cuerpo de los números complejos. Representación gráfica en el plano complejo. Formas cartesiana, binómica y trigonométrica. Operaciones fundamentales en forma binómica y trigonométrica. Cálculo gráfico. Fórmula de Euler. Forma exponencial de un número complejo. Propiedades. Potencias de exponente entero. Fórmula de Moivre. Potencias de exponente racional. Raíz  $n$ -ésima de un número complejo. Función exponencial de exponente complejo. Logaritmo neperiano de números complejos. Potencia de base y exponente complejo. Definición de las funciones hiperbólicas. Representación gráfica. Fórmulas fundamentales. Funciones hiperbólicas inversas. Expresiones logarítmicas. (6 horas)

### 2. ESPACIOS MÉTRICOS Y ESPACIOS VECTORIALES NORMADOS.

Noción de distancia y semidistancia. Definición de espacio métrico. Ejemplos. Espacio métrico producto. Subespacio métrico. Bolas abiertas. Bola cerradas. Esferas. Entornos. Diámetro de un conjunto. Conjunto acotado. Conjuntos abiertos y cerrados. Interior, exterior y frontera. Adherencia y conjunto derivado. Subconjuntos densos. Recubrimiento. Conjuntos compactos. Conjuntos conexos. Topología de  $\mathbb{R}$ . Teoremas fundamentales. Norma y seminorma. Concepto de

espacio vectorial normado. Topología asociada a la norma. Normas equivalentes. (4 horas)

### 3. SUCESIONES Y SERIES DE NÚMEROS REALES.

Concepto de sucesión. Subsucesiones. Límite de una sucesión. Sucesión convergente. Puntos de aglomeración. Sucesiones de Cauchy. Propiedades. Espacios métricos completos. Sucesiones de números reales. Sucesiones convergentes, divergentes y oscilantes. Propiedades. Sucesiones acotadas. Sucesiones monótonas. Métodos para el cálculo de límites. Concepto de serie de números reales. Suma de serie. Convergencia. Criterio general de convergencia de Cauchy. Consecuencias. Series de términos positivos. Propiedades. Criterio de comparación de Gauss. Series geométricas. Serie de Riemann o armónica generalizada. Criterio de D'Alambert o del cociente. Criterio de Cauchy o de la raíz. Criterio de Pringsheim. Criterio de Raabe. Series de términos positivos y negativos. Series alternadas. Criterio de Leibnitz. Convergencia absoluta y condicional. Teorema de Riemann. Teorema de Dirichlet. (10 horas)

### 4. LÍMITES Y CONTINUIDAD DE FUNCIONES REALES.

Concepto de función. Funciones reales. Límite de una función real de variable real. Límites laterales. Existencia y unicidad. Propiedades. Límite infinito y límite en el infinito. Infinitésimos e infinitos. Límite de una función real de dos variables reales. Límite doble. Límites direccionales. Límites iterados. Generalización a una función real de  $n$  variables reales. Noción de continuidad de una función real de variable real. Discontinuidad. Propiedades fundamentales de la continuidad. Continuidad uniforme. Propiedades. Funciones lipschitzianas. Propiedades. Teorema del punto fijo. Continuidad y compacidad. Teorema de Weierstrass. Teorema de Heine. Continuidad y conexión. Continuidad de funciones compuestas. Continuidad local. Tipos de discontinuidades. Teorema de Bolzano. Continuidad de una función real de dos variables reales. Generalización a una función real de  $n$  variables reales. (8 horas)

### 5. DIFERENCIACIÓN DE FUNCIONES REALES.

Diferenciación de una función real de variable real. Definición de la diferencial de una función en un punto. Unicidad. Función diferencial. Condición necesaria para la existencia de la diferencial de una función. Linealidad de la diferencial. Diferencial de la función compuesta. Diferenciación de funciones de una variable: concepto de derivada total en un punto a partir de la definición de diferencial. Derivadas laterales. Función derivada. Propiedades. Interpretación geométrica de la derivada y la diferencial. Cálculo de derivadas elementales. Derivadas y diferenciales sucesivas. Diferenciación de una función real de  $n$  variables reales: concepto de derivada parcial en un punto a partir de la definición de diferencial. Derivadas direccionales. Interpretación geométrica de la derivada parcial y la diferencial en  $\mathbb{R}^2$ . Plano tangente a una superficie en un punto. Función derivada parcial. Propiedades. Derivadas y diferenciales sucesivas. Teorema de Schwarz. Cálculo de derivadas y diferenciales de funciones compuestas. Derivadas de funciones implícitas definidas por una ecuación. Cambios de variables. (16 horas)

### 6. ESTUDIO LOCAL DE FUNCIONES REALES.

Función real de variable real: teoremas del valor medio. Fórmula de Taylor. Términos complementarios de Lagrange y de Cauchy. Fórmula de Mac-Laurin. Crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos absolutos y relativos. Concavidad y convexidad. Punto de inflexión. Condiciones necesarias y suficientes de existencia de extremos y punto de inflexión. Función real de dos variables reales: teorema del valor medio. Fórmula de Taylor. Máximos y mínimo libres. Hessiano. Función real de  $n$  variables reales: generalización del teorema del valor medio. Generalización de la fórmula de Taylor. Máximos y mínimos libres. Máximos y mínimos condicionados. Multiplicadores de Lagrange. (10 horas)

### 7. SUCESIONES Y SERIES FUNCIONALES.

Sucesiones funcionales. Condición de Cauchy para la convergencia uniforme. Convergencia uniforme y continuidad. Teorema de Dini. Convergencia uniforme e integrabilidad. Convergencia uniforme y derivabilidad. Series funcionales. Criterios para la convergencia uniforme. Criterio de Cauchy. Criterio de Weierstrass. Criterio de Dirichlet. Criterio de Abel. Series funcionales y continuidad. Series funcionales e integración. Series funcionales y derivación. Series de potencias. Teorema de Abel. Radio de convergencia. Convergencia uniforme y absoluta. Teoremas de integración y derivación. Cálculo del radio de convergencia. Desarrollo de una función en serie de

potencias. (4 horas)

## 8. INTRODUCCIÓN A LA INTEGRACIÓN SIMPLE.

Concepto de integral definida. Condición de integrabilidad. Consecuencias. Propiedades de la integral definida. Interpretación geométrica de la integral definida. (2 horas)

### Requisitos Previos

Álgebra de números racionales e irracionales.  
Números combinatorios.  
Binomio de Newton.  
Álgebra de polinomios.  
Cálculo de límites básicos de sucesiones y de funciones.  
Teoremas del valor medio.  
Cálculo de derivadas de funciones elementales.  
Cálculo de integrales inmediatas. Integración por partes.

### Objetivos

- Conocer y aplicar el álgebra elemental de los números complejos. Introducir las funciones hiperbólicas.
- Conocer los fundamentos básicos de la topología métrica y las estructuras de espacios vectoriales normados.
- Conocer y aplicar los conceptos de límites de sucesiones, convergencia y completitud en espacios métricos, y el estudio de convergencia de las series numéricas.
- Conocer y aplicar el concepto de límite de una función, así como continuidad simple y uniforme de funciones definidas entre espacios métricos.
- Conocer y aplicar los conceptos de diferenciabilidad y derivabilidad.
- Conocer y aplicar el estudio local de funciones definidas entre espacios euclídeos.
- Conocer y aplicar el estudio de convergencia de las series funcionales.
- Conocer y aplicar el concepto de integral simple.

### Metodología

Para alcanzar los objetivos marcados, a continuación, comentamos una serie de criterios metodológicos:

-En primer lugar nos referimos a los dos métodos más utilizados en el pensamiento científico: deducción e inducción. Ambos métodos serán usados, tanto en el planteamiento del problema, como en el desarrollo de mismo. Unas veces usaremos la deducción (de lo general a lo particular) y otras la inducción (de lo particular a lo general).

-Se intentará dar una visión unitaria de las matemáticas, interrelacionando y mostrando como se complementan las diversas técnicas.

-En relación a la presentación de los nuevos conceptos, es decir, aquellos que no se hayan presentado en estudios previos, se hará de forma gradual, empezando con ejemplos sencillos.

-Se deberá insistir en la necesidad de estudiar cada contenido de la asignatura, relacionándolos con otras asignaturas que cursarán en los estudios que ahora empiezan.

## Criterios de Evaluación

Al finalizar el cuatrimestre se realizará una prueba global evaluatoria, que constará de cuestiones teóricas y prácticas, en las que se valorarán los conocimientos del alumno sobre el programa adjunto. Se calificará de 0 a 10 puntos, y se considerarán aprobados aquellos alumnos cuya calificación sea igual o superior a 5.

Los alumnos que no hayan superado dicho exámen, deberán presentarse a la prueba global de Septiembre. Según la normativa actual, los alumnos pueden solicitar que se les adelante dicha prueba a Junio.

A la convocatoria especial de Diciembre se podrán presentar aquellos alumnos que hayan sido aceptados por la Secretaría de la Escuela, evaluándose en esta prueba el contenido global de la asignatura, de forma similar a la de febrero.

## Descripción de las Prácticas

Realización de problemas en el aula.

## Bibliografía

---

### [1 Básico] Cálculo II: teoría y problemas de funciones de varias variables /

*Alfonsa García López... et al.*  
CLAGSA,, Madrid : (1996)  
8492184701

---

### [2 Básico] Cálculo I: teoría y problemas de análisis matemático en una variable /

*Alfonsa García López ... et al.*  
CLAGSA,, Madrid : (1994) - (2ª ed.)  
8460509443

---

### [3 Básico] Fundamentos de matemáticas.

*Guerra Quintana, Nicanor ... [et al.].*  
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria,, [Las Palmas de Gran Canaria] : (2008)  
9788496971660

---

### [4 Básico] Cálculo infinitesimal de varias variables /

*Juan de Burgos Román.*  
McGraw-Hill,, Madrid : (1995)  
8448116216

---

### [5 Básico] Cálculo infinitesimal de una variable /

*Juan de Burgos Román.*  
, McGraw-Hill, Madrid, (1994)  
8448118995

---

### [6 Recomendado] Ejercicios y problemas de cálculo. /

*Francisco Granero.*  
Tébar Flores,, Madrid : (1991)  
8473601084 t. 1 -- 8473601106 t. 2

---

### [7 Recomendado] Cálculo infinitesimal: una y varias variables /

*Francisco Granero.*  
, McGraw-Hill, Madrid, (1995)  
8448117409

---

**[8 Recomendado] Cálculo de una variable: volumen 1 /**

*Gerald L. Bradley ; Karl J. Smith.*  
*Pearson Educación,, Madrid : (1998)*  
848966076X

---

**[9 Recomendado] Cálculo de varias variables /**

*Gerald L. Bradley, Karl J. Smith.*  
*Prentice Hall,, Madrid [etc.] : (1998)*  
84-89660-77-8

---

**[10 Recomendado] Algebra y geometría analítica.**

*Granero Rodríguez, Francisco*  
*McGraw-Hill,, México : (1986)*

---

**[11 Recomendado] Cálculo diferencial e integral /**

*Nikolaj Piskunov ; traducido por Carlos Vázquez.*  
*Montaner y Simón,, Barcelona : (1978)*  
8427402961

## Equipo Docente

**JUAN LUIS GARCÍA CORTÍ**

(COORDINADOR)

**Categoría:** TITULAR DE UNIVERSIDAD

**Departamento:** MATEMÁTICAS

**Teléfono:** 928458816 **Correo Electrónico:** [juanluis.garcia@ulpgc.es](mailto:juanluis.garcia@ulpgc.es)