#### GUÍA DOCENTE CURSO: 2007/08

# 15243 - CÁLCULO I

ASIGNATURA: 15243 - CÁLCULO I

Vinculado a : (Titulación - Asignatura - Especialidad) 1050-Ingeniería Industrial - 15855-CÁLCULO I - P1

CENTRO: Escuela de Ingenierías Industriales y Civiles

TITULACIÓN: Ingeniero Industrial

**DEPARTAMENTO: MATEMÁTICAS** 

ÁREA: Matemática Aplicada

PLAN: 10 - Año 200 ESPECIALIDAD:

IMPARTIDA: Primer semestre TIPO: Troncal CURSO: Primer curso

CRÉDITOS: 6 PRÁCTICOS: 1,5 TEÓRICOS: 4,5

#### Información ECTS

Créditos ECTS:

Horas presenciales: - Horas teóricas (HT): 43

- Horas prácticas (HP): 8

- Horas de clases tutorizadas (HCT):

- Horas de evaluación: 4

- otras:

Horas no presenciales:

- trabajos tutorizados (HTT):

- actividad independiente (HAI): 80 Idioma en que se imparte: ESPAÑOL

# **Descriptores B.O.E.**

Cálculo Infinitesimal e Integral. Campo Real y Complejo.

## Temario

## 1. NÚMEROS COMPLEJOS Y FUNCIONES HIPERBÓLICAS.

El cuerpo de los números complejos.

Representación gráfica en el plano complejo.

Formas cartesiana, binómica y trigonométrica.

Operaciones fundamentales en forma binómica y trigonométrica.

Cálculo gráfico.

Fórmula de Euler.

Forma exponencial de un número complejo.

Propiedades.

Potencias de exponente entero.

Fórmula de Moivre.

Potencias de exponente racional.

Raíz n-ésima de un número complejo.

Horas de trabajo del alumno:

Función exponencial de exponente complejo.

Logaritmo neperiano de números complejos.

Potencia de base y exponente complejo.

Definición de las funciones hiperbólicas.

Representación gráfica.

Fórmulas fundamentales.

Funciones hiperbólicas inversas.

Expresiones logarítmicas.

(5 HT + 1 HP)

# 2. ESPACIOS MÉTRICOS Y ESPACIOS VECTORIALES NORMADOS.

Noción de distancia y semidistancia.

Definición de espacio métrico.

Ejemplos.

Espacio métrico producto.

Subespacio métrico.

Bolas abiertas.

Bola cerradas.

Esferas.

Entornos.

Diámetro de un conjunto.

Conjunto acotado.

Conjuntos abiertos y cerrados.

Interior, exterior y frontera.

Adherencia y conjunto derivado.

Subconjuntos densos.

Recubrimiento.

Conjuntos compactos.

Conjuntos conexos.

Topología de R.

Teoremas fundamentales.

Norma y seminorma.

Concepto de espacio vectorial normado.

Topología asociada a la norma.

Normas equivalentes.

(3 HT + 1 HP)

# 3. SUCESIONES Y SERIES DE NÚMEROS REALES.

Concepto de sucesión.

Subsucesiones.

Límite de una sucesión.

Sucesión convergente.

Puntos de aglomeración.

Sucesiones de Cauchy.

Propiedades.

Espacios métricos completos.

Sucesiones de números reales.

Sucesiones convergentes, divergentes y oscilantes.

Propiedades.

Sucesiones acotadas.

Sucesiones monótonas.

Métodos para el cálculo de límites.

Concepto de serie de números reales.

Suma de serie.

Convergencia.

Criterio general de convergencia de Cauchy.

Consecuencias.

Series de términos positivos.

Propiedades.

Criterio de comparación de Gauss.

Series geométricas.

Serie de Riemann o armónica generalizada.

Criterio de D'Alambert o del cociente.

Criterio de Cauchy o de la raíz.

Criterio de Pringsheim.

Criterio de Raabe.

Series de términos positivos y negativos.

Series alternadas.

Creterio de Leibnitz.

Convergencia absoluta y condicional.

Teorema de Riemann.

Teorema de Dirichlet.

(7 HT + 1 HP)

## 4. LÍMITES Y CONTINUIDAD DE FUNCIONES REALES.

Concepto de función.

Funciones reales.

Límite de una función real de variable real.

Límites laterales.

Existencia y unicidad.

Propiedades.

Límite infinito y límite en el infinito.

Infinitésimos e infinitos.

Límite de una función real de dos variables reales.

Límite doble.

Límites direccionales.

Límites iterados.

Generalización a una función real de n variables reales.

Noción de continuidad de una función real de variable real.

Discontinuidad.

Propiedades fundamentales de la continuidad.

Continuidad uniforme.

Propiedades.

Funciones lipschitcianas.

Propiedades.

Teorema del punto fijo.

Continuidad y compacidad.

Teorema de Weierstrass.

Teorema de Heine.

Continuidad y conexión.

Continuidad de funciones compuestas.

Continuidad local.

Tipos de discontinuidades.

Teorema de Bolzano.

Continuidad de una función real de dos variables reales.

Generalización a una función real de n variables reales.

## 5. DIFERENCIACIÓN DE FUNCIONES REALES.

Diferenciación de una función real de variable real.

Definición de la diferencial de una función en un punto.

Unicidad.

Función diferencial.

Condición necesaria para la existencia de la diferencial de una función.

Linealidad de la diferencial.

Diferencial de la función compuesta.

Diferenciación de funciones de una variable:

concepto de derivada total en un punto a partir de la definición de diferencial. Derivadas laterales.

Función derivada.

Propiedades.

Interpretación geométrica de la derivada y la diferencial.

Cálculo de derivadas elementales.

Derivadas y diferenciales sucesivas.

Diferencianción de una función real de n variables reales:

concepto de derivada parcial en un punto a partir de la definición de diferencial. Derivadas direccionales.

Interpretación geométrica de la derivada parcial y la diferencial en R2.

Plano tangente a una superficie en un punto.

Función derivada parcial.

Propiedades.

Derivadas y diferenciales sucesivas.

Teorema de Schwarz.

Cálculo de derivadas y diferenciales de funciones compuestas.

Derivadas de funciones implícitas definidas por una ecuación.

Cambios de variables.

(9 HT + 2 HP)

#### 6. ESTUDIO LOCAL DE FUNCIONES REALES.

Función real de variable real:

teoremas del valor medio.

Fórmula de Taylor.

Términos complementarios de Lagrange y de Cauchy.

Fórmula de Mac-Laurin.

Crecimiento y decrecimiento.

Máximos y mínimos absolutos y relativos.

Concavidad y convexidad.

Punto de inflexión.

Condiciones necesarias y suficientes de existencia de extremos y punto de inflexión. Función real de dos variables reales:

teorema del valor medio.

Fórmula de Taylor.

Máximos y mínimo libres.

Hessiano.

Función real de n variables reales:

generalización del teorema del valor medio.

Generalización de la fórmula de Taylor.

Máximos y mínimos libres.

Máximos y mínimos condicionados.

Multiplicadores de Lagrange.

(7 HT + 1 HP)

#### 7. SUCESIONES Y SERIES FUNCIONALES.

Sucesiones funcionales.

Condición de Cauchy para la convergencia uniforme.

Convergencia uniforme y continuidad.

Teorema de Dini.

Convergencia uniforme e integrabilidad.

Convergencia uniforme y derivabilidad.

Series funcionales.

Criterios para la convergencia uniforme.

Criterio de Cauchy.

Criterio de Weierstrass.

Criterio de Dirichlet.

Criterio de Abel.

Series funcionales y continuidad.

Series funcionales e integración.

Series funcionales y derivación.

Series de potencias.

Teorema de Abel.

Radio de convergencia.

Convergencia uniforme y absoluta.

Teoremas de integración y derivación.

Cálculo del radio de convergencia.

Desarrollo de una función en serie de potencias.

(3 HT + 1 HP)

## 8. INTRODUCCIÓN A LA INTEGRACIÓN SIMPLE.

Concepto de integral definida.

Condición de integrabilidad.

Consecuencias.

Propiedades de la integral definida.

Interpretación geométrica de la integral definida.

(2 HT)

# **Requisitos Previos**

Álgebra de números racionales e irracionales.

Números combinatorios.

Binomio de Newton.

Álgebra de polinomios.

Cálculo de límites básicos de sucesiones y de funciones.

Teoremas del valor medio.

Cálculo de derivadas de funciones elementales.

Cálculo de integrales inmediatas. Integración por partes.

# **Objetivos**

- Conocer y aplicar el álgebra elemental de los números complejos. Introducir las funciones hiperbólicas.
- Conocer los fundamentos básicos de la topología métrica y las estructuras de espacios vectoriales normados.
- Conocer y aplicar los conceptos de límites de sucesiones, convergencia y completitud en

espacios métricos, y el estudio de convergencia de las series numéricas.

- Conocer y aplicar el concepto de límite de una función, así como continuidad simple y uniforme de funciones definidas entre espacios métricos.
- Conocer y aplicar los conceptos de diferenciabilidad y derivabilidad.
- Conocer y aplicar el estudio local de funciones definidas entre espacios euclídeos.
- Conocer y aplicar el estudio de convergencia de las series funcionales.
- Conocer y aplicar el concepto de integral simple.

# Metodología

En el desarrollo de las clases distinguiremos:

- Exposición teórica.
- Ejercicios.
- Problemas de aplicación.

No serán elementos diferenciados, a los que dedicaremos una distribución de tiempos rígida, sino que los iremos acomodando a cada tema en particular, dependiendo de su grado de dificultad y de sus características de aplicación.

Adoptaremos la idea de sustituir las demostraciones excesivamente prolijas por razonamientos inductivos, fijando perfectamente las hipótesis para utilizar los resultados en las condiciones adecuadas. Además se debe señalar al alumno de lo que se prescinde, citando las omisiones, para dejar el campo abierto a su labor personal de estudio y ampliar lo expuesto en clase.

Iremos intercalando a la par que se desarrolla la teoría, ejercicicios que sirvan de confirmación a cada conocimiento adquirido y de aplicación para las conclusiones que se hayan entresacado. Una vez acabado un tema o una parte sustancial del mismo, resolveremos una pequeña colección de problemas procurando que sean muy generales y que intervengan todos los conceptos vistos en teoría. Siempre que el contenido del tema lo permita, resolveremos algunos ejercicios de aplicaciones técnicas o físicas.

En aquellos aspectos que conlleven desarrollos excesivamente largos o necesiten un apoyo gráfico importante nos valdremos de proyecciones de transparencias para facilitarle la labor al alumno y darle un caracter más dinámico a la clase. Por otra parte, nos apoyaremos en los recursos que nos ofrecen ciertos paquetes informáticos en su utilización como herramientas para afianzar conocimientos y confirmar resultados. Fomentaremos, además, el manejo y conocimiento de algún programa informático, para que en horas no incluídas en el cómputo docente puedan trabajar en el Laboratorio del Departamento.

Como actividad complementaria a las indicadas anteriormente, se recomienda al alumno la asistencia a las conferencias relacionadas en general con alguna materia de la asignatura.

Se debe fomentar la utilización de las Tecnologías de la información aceptando como principio fundamental, que las TIs deben utilizarse para mejorar (no para reemplazar) al profesor y para suplementar (no para suplantar), al menos inicialmente, métodos de enseñanza tradicionales. Esta propuesta debe contemplarse como una experiencia que nos permitirá investigar nuevos esquemas organizativos y pedagógicos, con la consiguiente monitorización del progreso de los estudiantes incorporados a experiencias innovadoras concretas.

Hay que hacer notar que un entorno de aprendizaje basado en Web proporciona potenciales que van desde autoevaluación de los alumnos a la monitorización del progreso y participación de cada alumno, mediante la identificación para cada página Web del número de accesos, tiempo medio consumido, etc., lo que permite no sólo evaluar los rendimientos académicos sino también medir el grado de aceptación por parte de los alumnos en comparación con métodos tradicionales, o mixtos, de enseñanza.

Asimismo, señalar que la metodología basada en las TIs nunca es estática, sino que va ampliándose a medida que se va utilizando. Por tanto, los conceptos introducidos como descriptores del modelo, en la estructuración de las unidades didácticas o como herramientas de curso son cambiantes y además se irán completando con nuevas propuestas que vayan surgiendo tanto de la experiencia como de la demanda de los alumnos.

#### Criterios de Evaluación

Se efectuará un examen parcial, en fecha convenida con los alumnos, de los tres primeros capítulos del temario. La prueba será liberatoria, de tal forma que en la convocatoria ordinaria de Febrero los alumnos que la hayan superado solo se examinarán de los restantes temas.La nota obtenida promediará con la del parcial.

Los que no se hayan presentado a este examen parcial o lo hayan suspendido tendrán un examen que contemple todo el temario. Para las restantes convocatorias no se conservará esta nota parcial.

# Descripción de las Prácticas

En general, las clases prácticas se realizarán en pizarra. De todas formas,se comentarán en clase distintos programas con los que el alumno pueda trabajar individualmente y cuyo desarrollo se observará en horas de Tutoría.

## **Bibliografía**

# [1 Básico] Cálculo II: teoría y problemas de funciones de varias variables /

Alfonsa García López... et al. CLAGSA,, Madrid : (1996) 8492184701

## [2 Básico] Cálculo I: teoría y problemas de análisis matemático en una variable /

Alfonsa García López ... et al. CLAGSA,, Madrid : (1994) - (2ª ed.) 8460509443

#### [3 Básico] Problemas de cálculo infinitesimal para ingenieros.

Sarmiento Almeida, Héctor Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales,, Las Palmas de Gran Canaria : (1995) - (2ª ed.) 8489528659

#### [4 Recomendado] Problemas de cálculo infinitesimal /

E. Tebar Flores. Tebar Flores,, Madrid : (1978) - (5a ed.) 8473600002

#### [5 Recomendado] Cálculo /

Francisco Granero. , McGraw-Hill, Madrid, (1990) 8476155182

# [6 Recomendado] Ejercicios y problemas de cálculo /

Francisco Granero. Tebar Flores,, Madrid : (1991) 8473601092vI

# [7 Recomendado] Problemas de complementos de cálculo algébrico y de cálculo diferencial: resueltos y explicados /

José Luis Mataix Plana. Dossat,, Madrid : (1976) - (7ª ed.) 8423703207 VI

#### [8 Recomendado] Cálculo infinitesimal I.

Montero García, Gustavo

Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales,, Las Palmas de Gran Canaria : (1989)

8460072460

## [9 Recomendado] Curso teórico práctico de cálculo integral: aplicado a la física y técnica.

Puig Adam, Pedro

Gómez Puig,, Madrid: (1979) - (17ª ed.)

8485731026

## [10 Recomendado] Cálculo y geometría analítica /

Roland E. Larson, Robert P. Hostetler, Bruce H. Edwards; con la colaboración de David E. Heyd.

McGraw Hill,, Madrid : (1999) - (6<sup>a</sup> ed.) 8448122291 t. 1. -- 8448123530 t. 2

#### [11 Recomendado] Problemas de cálculo infinitesimal.

 $R.A.E.C., Madrid: (1989) - (6^a ed.)$ 

8478320989

# **Equipo Docente**

## ANTONIO FÉLIX SUÁREZ SARMIENTO

(COORDINADOR)

Categoría: CATEDRATICO DE ESCUELA UNIVERSITARIA

**Departamento:** MATEMÁTICAS

Teléfono: 928458826 Correo Electrónico: antoniofelix.suarez@ulpgc.es

#### HÉCTOR SARMIENTO ALMEIDA

Categoría: TITULAR DE ESCUELA UNIVERSITARIA

Departamento: MATEMÁTICAS

Teléfono: 928458829 Correo Electrónico: hsarmiento@dma.ulpgc.es

# Resumen en Inglés

The goal of the subject will be to enable the students to understand and to know how to apply the knowledge about Real and Complex Numbers, and the basic ideas of the Infinitesimal and the Differential Calculus to solve theoretical-practical oustanding engineering problems.

The set of themes comprise from de basic ideas of the Algebra of the Complex Numbers and Topology, getting through the notions of Limits, Continuity and Series until the Differential Calculus for functions of one and several variables (Schwarz's Theorem), including also basis of Maximun and Minimum Theory and Taylor's Series development.